«8D05403-Механика» білім беру бағдарламасы бойынша философия докторы (PhD) дәрежесін алу үшін диссертациялық жұмысқа

АҢДАТПА

КОШЕРБАЕВА АЙКЕН БАКЫТЖАНОВНА

N (N>2) планеталы массалары әртүрлі жылдамдықпен өзгеретін көп дене мәселесі

Жұмыстың жалпы сипаттамасы. Бұл жұмыста салыстырмалы координаталар жүйесінде Ньютон заңы бойынша өзара әсерлесетін айнымалы массалы сфералық симметриялы N планеталы көп дене мәселесі қарастырылған. Денелердің массалары кез-келген берілген заңдылықпен изотропты түрде әртүрлі қарқында өзгереді және орталық жұлдыздың массасы планеталардың массаларынан әлде-қайда үлкен деп болжам жасалған. Эволюция барысында планеталар бір-бірімен қиылыспайтын квазиэллипстік орбита бойымен қозғалыс жасайды. Массалар айнымалы болғандықтан дифференциалды қозғалыс теңдеулері автономды емес түрге енді және есеп әлде-қайда күрделенді. Масса өзгерісінің кез-келген заңдылығы үшін Гюльден-Мещерский мәселесінің жалпы шешімі жоқ болғандықтан, айнымалы массалы планета жүйесінің динамикасы канондық ұйытқу теориясының әдістерімен зерттелді.

«*NASA* экзопланеталар архив» сайтынан эксцентриситеттері белгілі экзопланеталардың шамамен 87%-ының эксцентриситеті $0 \le e < 0.1$ диапазонындағы мәндерге ие екендігі белгілі. Экзопланеталарды анықтаудың кеңінен қолданылатын әдістері сәуле жылдамдық әдісі және транзит әдісі болып табылады, ал осы әдістер $i = 90^0$ маңайындағы экзопланеталарды анықтауға икемделген. $i = 90^0$ құратын жазықтықты негізгі жазықтық деп қарастырсақ, көлбеулігі нөлге жуық орбитамен қозғалыс жасайтын экзопланеталар өте көп. Сондықтан да, канондық қозғалыс теңдеуі Пуанкаре екінші жүйесінің аналогтары арқылы алынды. Бұл канондық теңдеулер негізгі жазықтық маңайында кіші эксцентриситетпен қозғалыс жасайтын аспан денелерінің динамикалық эволюциясын жақсы сипаттайды.

Ұйытқытушы функцияны канондық элементтер арқылы өрнектеу үшін, *Wolfram Mathematica* символдық жүйесі көмегімен ұйытқытушы функцияның негізгі бөлігі кіші параметрлердің (көлбеулік аналогы және эксцентриситет аналогы) екінші дәрежесі бойынша қатарға жіктелді. Уақыттың үлкен интервалында планеталардың орбита параметрлерінің өзгерісін анықтауға мүмкіндік беретін ғасырлық теңдеулер жүйесі аналитикалық түрде алынды. Ғасырлық теңдеулер жүйесі сызықты автономды емес $4N$ теңдеуден тұрады және орбита пішінін сипаттайтын және орбита жазықтығының кеңістікте орналасуын сипаттайтын екі жүйеден тұрады. Кез-келген массаның өзгеру заңдылығы үшін, N планеталы кез-келген жүйе үшін өлшемсіз ғасырлық теңдеулер жүйесі алынды. Айнымалы массалы төрт дене мәселесі үшін және

сегіз дене мәселесі үшін өлшемсіз ғасырлық теңдеулер жүйесі айқын түрде ашылып жазылды. Бұл жұмыста экзопланета жүйелерінің динамикалық эволюциясына аспан денелері массаларының айнымалылығы қалай әсер ететіндігі зерттелді. Басқаша айтқанда, масса айнымалы жағдайда орбита элементтерінің өзгерісі зерттелді және тұрақты масса жағдайынан өзгешелігі талданды.

Зерттеу жұмысының өзектілігі. Классикалық механикада көп дене мәселесі масса тұрақты жағдайда зерттелінеді, алайда экзопланеталық жүйелердің ашылуы және зерттелуі, аспан денелерінің бейстационар екендігін көрсетіп отыр. Аспан механикасында бейстационар есептерді зерттеу массаның айнымалылығын ескеру қажеттігін туғызды. Осы себептен, айнымалы массалы көп дене мәселесін зерттеу аспан механикасында өзекті мәселе.

1995 жылдан бері қазіргі күнге дейін жалпы саны 4 мыңнан артық экзопланета жүйесі бар және 6 мыңға жуық экзопланета тіркелген. Бұдан бөлек, экзопланета ретінде танылуға 10 мыңнан артық кандидат аспан денелері қарастырылуда. «*NASA* экзопланеталар архиві» қорында осы деректер үздіксіз жаңарып, күннен-күнге өсіп отыр. Алдағы он жылдықта экзопланеталардың саны шамамен он мыңдықтарға жетуі мүмкін деген болжам бар. Күннен-күнге сан жағынан өсіп отырған экзопланета жүйелері астрономияда да айнымалы массалы N планеталы көп дене мәселесін зерттеудің өзектілігін көрсетіп отыр. Экзопланеталардың динамикалық эволюциясын зерттеу сол экзопланета жүйесінің келешектегі даму кезеңдерін анықтауға мүмкіндік береді. Бейстационар экзопланеталардың динамикалық эволюциясын зерттеу біздің Күн жүйеміздің динамикалық даму үрдісін түсінуімізге мүмкіндік береді және галактикадағы динамикалық үрдістер туралы түсінігімізді арттырады.

Жұмыстың мақсаты. Массалары әр түрлі қарқында изотропты түрде өзгеретін сфералық көп дене мәселесінің ғасырлық ұйытқу теңдеулерін Пуанкаре екінші жүйе элементтерінің аналогтарында алу, алынған теңдеулер негізінде бейстационар экзопланета жүйелерінің динамикалық эволюциясын зерттеу.

Зерттеу міндеттері

1. массалары әртүрлі қарқында изотропты түрде өзгеретін көп дене мәселесінің ұйытқыған қозғалысын абсолютті координаталар жүйесінде қарастыру;
2. ұйытқыған қозғалыстың канондық теңдеулерін Пуанкаре екінші жүйесі айнымалыларының аналогтары арқылы салыстырмалы координаталар жүйесінде зерттеу;
3. ұйытқу функциясын кіші параметрлер бойынша кез-келген дәлдікке дейін қатарға жіктеу алгоритмін құру және *Wolfram Mathematica* көмегімен аналитикалық түрде ұйытқытушы функцияны кіші параметрлер бойынша қатарға жіктеу;
4. Лаплас коэффициенттерін бірінші текті және екінші текті эллиптикалық интегралдар арқылы өрнектеу;

5. канондық теңдеулер жүйесін орташалу нәтижесінде ғасырлық теңдеулер жүйесін алу және екі кіші жүйеге бөліп қарастыру;
6. кез-келген N планеталы жүйенің динамикалық эволюциясын зерттеуге мүмкіндік беретін өлшемсіз ғасырлық теңдеулер жүйесін алу;
7. төрт және сегіз дене мәселесі үшін өлшемсіз ғасырлық теңдеулер жүйесін айқын ашып жазу;
8. 1 орталық жұлдызды 3 планеталы *K2-3* экзопланета жүйесі үшін, 1 орталық жұлдызды 7 планеталы *Trappist-1* экзопланета жүйесі үшін және 2 планеталы *TOI-1338* қос жұлдызды жүйесі үшін Коши есебін сандық тәсілмен шешу;
9. *K2-3, Trappist-1* және *TOI-1338* экзопланеталары орбита элементтерінің уақыт бойынша эволюциясын зерттеу және алынған нәтижелерді талдау, массалардың айнымалығы планета жүйесінің динамикасына қалай әсер ететіндігін анықтау.

Зерттеу нысаны. Негізгі жазықтық маңайында кіші эксцентриситетпен квазиэллипстік орбитада қозғалыс жасайтын 3 және одан да көп планетасы бар 1 орталық жұлдызды экзопланета жүйелері немесе 2 және одан да көп планетасы бар қос жұлдызды жүйелер.

Зерттеу әдістері. Канондық ұйытқу теориясының әдістері және автономды емес сызықты дифференциалдық теңдеулерді шешудің математикалық әдістері және қатарға жіктеу әдістері, *Wolfram Mathematica*-ның заманауи сандық әдістері және Пикар әдісі қолданылды.

Жұмыстың ғылыми жаңалығы. Массалары изотпропты түрде өзгеретін көп дене мәселесінің ғасырлық ұйытқу теңдеулері бірінші рет алынып отыр. Алынған ғасырлық теңдеулер эксцентриситеті мен көлбеулігі кіші экзопланеталардың динамикалық эволюциясын зерттеуде қолданылады. Бұл канондық теңдеулер кез-келген массаның өзгеру заңдылығы үшін және кез-келген N планетасы бар экзопланета жүйесі үшін орынды.

Қорғауға шығарылатын ғылыми тұжырымдамалар:

1. салыстырмалы координаталар жүйесінде массалары изотропты түрде өзгеретін көп дене мәселесінің Пуанкаре екінші жүйесі аналогтары арқылы алынған канондық ғасырлық теңдеулер жүйесі;
2. төрт дене мәселесі және сегіз дене мәселесі үшін айқын түрде алынған өлшемсіз ғасырлық теңдеулер жүйесі;
3. *K2-3, Trappist-1* және *TOI-1338* экзопланета жүйелерінің орбита элементтерінің өзгерісінің динамикалық эволюциясы.

Нәтижелердің сенімділігі мен негізділігі. Диссертациялық жұмыста алынған нәтижелер тұрақты масса жағдайында басқа авторлардың масса тұрақты көп дене мәселесін зерттеген жұмыстарымен сәйкес келеді. Сонымен қатар, алынған нәтижелердің сенімділігі мен негізділігі *Web of Science(Clarivate Analytics)* және *Scopus* дерекқорында индекстелетін шетел журналдарында жарық көрген мақалалар бар болуымен расталады.

Жұмыс нәтижелерінің теориялық және іс жүзіндегі маңыздылығы. Пуанкаре айнымалыларының екінші жүйесінің аналогтары арқылы алынған ғасырлық теңдеулері теориялық тұрғыдан айнымалы массалы сфералық $N+1$

дене мәселесін зерттеудің іргетасы бола алады. Алынған ғасырлық ұйытқу теңдеулері негізгі жазықтық маңайында кіші эксцентриситетті орбитада қозғалыс жасайтын экзопланеталардың динамикалық эволюциясын зерттеудің құралы ретінде практикалық маңызы бар.

Жұмыстың аппробациясы.

1. M. Minglibayev, A. Kosherbayeva. Evolution equations of the multi - planetary problem with variable masses // Abstract book of the "XXXIst General Assembly of the International Astronomical Union IAUGA 2022" Busan Exhibition and Convention Center (BEXCO) 55 APEC - ro, Haeundae - gu Busan, South Korea, August 02 - 11, 2022, p. 348.
2. M. Zh. Minglibayev, A. N. Prokopenya, A. B. Kosherbayeva. Investigation of the dynamic evolution of planetary systems with isotropically varying masses // Abstract book of the Complex Planetary Systems II Kavli-IAU Symposium 382, Namur, Belgium, July 3-7, 2023, p. 42-43.
3. Kosherbayeva A. Equations of secular perturbations of exoplanetary systems with variable masses // Abstract book of the "CELMEC VIII The Eighth International Meeting on Celestial Mechanics", University of Rome Tor Vergata, Italy, September 05-09, 2022, p. 10-11.
4. Mukhtar Minglibayev, Alexander Prokopenya, Aiken Kosherbayeva. The problem of many bodies with isotropically varying masses // Abstracts of the 28th International Conference on Applications of Computer Algebra ACA'2023. Warsaw University of Life Sciences (SGGW), Institute of Information Technology, Warsaw, Poland, July 17- 21, 2023, p. 70.
5. A. Chichurin, A. Prokopenya, M. Minglibayev and A. Kosherbayeva. Symbolic-Numeric Computation in Modeling the Dynamics of the Many-Body System TRAPPIST. // Abstracts of the 23rd International Conference on Computational Science, The Czech Technical University in Prague (CTU), Prague, Czech Republic, July3-5, 2023, p. 99.
6. A.N.Prokopenya, M.Zh.Minglibayev, A.B.Kosherbayeva. Symbolic computation in studying the evolutionary equations in the problem of many bodies of variable masses. // Seminar on Computer Algebra, CMC faculty of MSU & CCAS Moscow, Russia, September 29, 2021, http://www.ccas.ru/sabramov/seminar/doku.php?id=archive2123.
7. M. Minglibayev, A. Kosherbayeva. Linear non-autonomous differential equations, determining secular perturbations of exoplanetary systems with variable masses // Abstract book of the International Conference «Computational and Information Technologies in Science, Engineering and Education» (CITech-2022) dedicated to the 90th anniversary of Academician N. K. Nadirov, to the 80th anniversary of Academician M. O. Otelbaev, Almaty, Kazakhstan, October 12-15, 2022, p. 92.
8. А. Б. Кошербаева. Дифференциальные уравнения планетных систем с переменными массами // материалы Международной конференций "Традиционная международная апрельская математическая конференция в честь Дня работников науки Республики Казахстан, посвященная 1150-летию Абу Насыр аль-Фараби и 75-летию Института математики и

математического моделирования", г. Алматы, Казахстан, 01-03 апреля, 2020, с. 95-97.

9. Кошербаева А. Б. Массалары айнымалы планета жүйелерінің қозғалыс теңдеулері // Материалы международной научной конференции студентов и молодых ученых «Фараби әлемі», г. Алматы, Казахстан, 6-9 апреля 2020, с. 78.
10. Кошербаева А. Б. Эволюционные уравнения экзопланетных систем с переменной массы // Материалы международной научной конференции студентов и молодых ученых «Фараби әлемі», г. Алматы, Казахстан, 04-06 апреля, 2022, с. 59.
11. A.N.Prokopenya, M.Zh.Minglibayev, A.B.Kosherbayeva. Symbolic-numeric computation in modeling the dynamics of the many-body systems of variable masses // Seminar on Computer Algebra, CMC faculty of MSU & CCAS, May 15, 2024. http://www.ccas.ru/sabramov/seminar/doku.php?id=start

Жарияланымдар. Диссертациялық жұмыс бойынша жалпы саны 18 ғылыми жұмыс жарық көрді. Оның ішінде *Web of Science(Clarivate Analytics)* (Q1, Q3 және Q4) және *Scopus* (процентильдері: 86, 18 және 2) дерекқорында 3 мақала жарық көрді. *ҚР БҒМ БҒССҚК* ұсынған басылымдар тізіміне кіретін журналдарда 4 мақала және халықаралық конференциаларда 10 жұмыс жарық көрді. Жалпы Оңтүстік Корея, Италия, Ресей, Польша, Бельгия, Чехия және Қазақстан мемлекеттерінде өткен халықаралық конференцияларда баяндама жасалынды. Соның бірі 2022 жылы Халықаралық Астрономиялық Ұйым ұйымдастырған Оңтүстік Кореяда өткен XXXI Бас Ассамблеясында грант ұтып алу негізінде конференцияда баяндама жасалынды.

Автордың қосқан үлесі. Диссертацианың негізгі нәтижелерін автор өзі алды. Есептің қойылымы мен нәтижелерді талқылау жұмыстары ғылыми кеңесшілермен бірге іске асты.

Диссертацияның көлемі және құрылымы. Диссертация кіріспеден, 6 бөлімнен, қорытынды, әдебиеттер тізімінен, қосымшадан тұрады.